

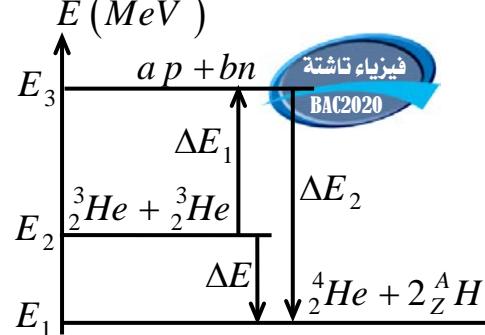
التمرين رقم: 01

01. دونت في الجدول الموجي معادلات التفاعل المتمذجة لثلاثة تحولات نوية:

رقم التفاعل	معادلة التفاعل النووي
(1)	${}_{2}^{3}He + {}_{2}^{3}He \rightarrow {}_{2}^{4}He + 2 {}_{1}^{A}H$
(2)	${}_{19}^{40}K \rightarrow {}_{18}^{40}Ar + {}_{Z}^{A}X$
(3)	${}_{0}^{1}n + {}_{92}^{235}U \rightarrow {}_{38}^{94}Sr + {}_{Z}^{A}Xe + x {}_{0}^{1}n$

صنف التحولات النووية إلى إنشطارية وإندماجية وتفككية، مع تحديد قيمة كل مجهول.

02. يمثل الشكل المقابل مخطط الطاقية للتفاعل رقم (1) :



1. ماذا تمثل كل من: ΔE_1 و ΔE_2 و ΔE_3 ؟

2. أ. جد قيمة كل من a و b ، واستنتج قيمة E_3 .

ب. جد قيمة كل من ΔE_1 و ΔE_2 و ΔE_3 .

جـ. جد قيمي طاقة الربط لكل من نواة الهيليوم ${}_{2}^{3}He$ ونواة الهيلليوم ${}_{2}^{4}He$ ، ثم حدد أي النوتين أكثر استقرار مع التعليل.

3. احسب قيمة الطاقة الحرجة عن التفاعل (1).

03. لتحديد عمر عينة صخرية أخذت من فوهه بركان قديم نعتمد على التفاعل رقم (2).

في إحدى مخابر الفيزياء النووية درست العينة السابقة، فوجد فيها $N_K = 2 \times 10^{19}$ noyaux من أنوية البوتاسيوم ${}_{19}^{40}K$ و $N_{Ar} = 4 \times 10^{19}$ noyaux من أنوية الأرغون ${}_{18}^{40}Ar$.

1. اعتمادا على قانون التناقص الإشعاعي بين العبارة التالية: $\frac{N_{Ar}}{N_K} = e^{-\lambda t}$ ، حيث λ هو ثابت النشاط الإشعاعي لنواة البوتاسيوم ${}_{19}^{40}K$.

2. جد قيمة t عمر العينة الصخرية المدروسة مقدرة بالسنوات.

04. دراسة التفاعل رقم (3) :

1. احسب بوحدة الميغا إلكترون فولط قيمة الطاقة الحرجة E_{lib} عن نواة واحدة من اليورانيوم ${}_{92}^{235}U$.

2. استنتاج قيمة الطاقة الحرجة ' E ' عن كتلة قدرها $2g = m$ من الأنوية المتماثلة لليورانيوم ${}_{92}^{235}U$.

3. تشغله محركات غواصة بالطاقة الحرجة E من التفاعل (3) في مفاعلها النووي ذي إسطاعة كهربائية $P = 25MW$ وبمردود طاقوي قدره $\rho = 35\%$.

احسب قيمة الكتلة m لليورانيوم 235 المستهلك في مفاعل الغواصة خلال 10 أيام دون انقطاع.

$$m\left({}_{0}^{1}n\right) = 1,0087u , E_1 = 5603,9972MeV , E_2 = 5616,7587MeV$$

$$t_{1/2}\left({}_{19}^{40}K\right) = 1,25 \times 10^9 ans , 1u = 931,5MeV / C^2 , m\left({}_{1}^{1}P\right) = 1,0073u$$

$$m\left({}_{Z}^{A}Xe\right) = 139,8919 u , m\left({}_{38}^{94}Sr\right) = 93,8945 u , m\left({}_{92}^{235}U\right) = 234,9933 u$$

$$1MeV = 1,6 \times 10^{-13} J , M\left({}_{92}^{235}U\right) = 235 g.mol^{-1} , N_A = 6,023 \times 10^{23} mol^{-1}$$

$$\text{المردود الطاقوي: } \rho = \frac{E_e}{E} , \text{ حيث } E_e \text{ الطاقة الكهربائية و } E \text{ الطاقة الحرجة.}$$

خلال حصة الأعمال المخبرية أراد فوج من التلاميذ دراسة التحول الكيميائي البطيء و التام بين معدن المغنتيوم Mg و محلول حمض كلور الهيدروجين $(H_3O^+ + Cl^-)$ عند درجة الحرارة $25^\circ C$ ، من أجل ذلك حقق هذا الفوج التركيب التجاري الموضح في الشكل -1.

في اللحظة $t = 0$ وضع أحد التلاميذ قطعة من المغنتيوم كتلته $m_0 = 13,2\text{ g}$ داخل العنصر رقم (03) حجمه $V_0 = 1,5L$ ، ثم أضاف إليه حجماً قدره $V = 500mL$ من محلول حمض كلور الهيدروجين تركيزه المولي C_0 . في نهاية التفاعل قام تلميذ آخر بإخراج قطعة المغنتيوم من العنصر رقم (03) و نصفه بالماء المقطر و جففه وبواسطة ميزان الكتروني وجد كتلته m .

النتائج التجريبية مكنته من رسم المنحنى البياني $(t) = f(P_{H_2})$ الموضح في الشكل -2.

1- تعرف على العناصر المرقمة في الشكل -1.

2- اكتب معادلة التفاعل المنمذجة للتحول الكيميائي الحاصل.

3- أنشئ جدولًا لتقدم التفاعل.

4- بين أن تقدم التفاعل x في اللحظة t يكتب بالشكل: $x = \frac{V_{H_2}}{RT} P_{H_2}(t)$ ، ثم احسب قيمة التقدم الأعظمي x_{\max} .

5- احسب قيمة كل من التركيز المولي C_0 والكتلة m .

6- بين أنه عند اللحظة $t = t_{1/2}$ حيث $P_{H_2}(t_{1/2}) = \frac{P_f(H_2)}{2}$ ضغط غاز ثنائي الهيدروجين في نهاية التفاعل، ثم استنتج قيمة زمن نصف التفاعل $t_{1/2}$.

7- بين أن عبارة السرعة الحجمية تكتب من الشكل: $v_{vol} = \frac{1}{V_0 RT} \frac{dP_{H_2}}{dt}$ ، ثم احسب قيمتها الأعظمية.

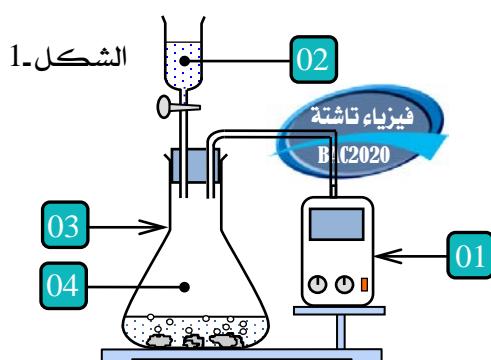
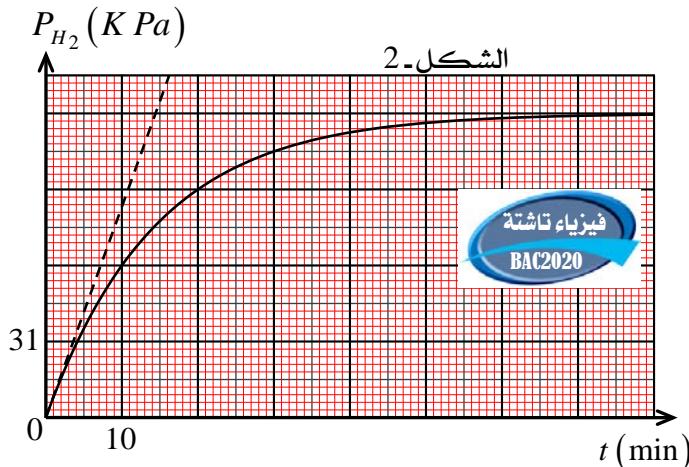
8- ارسم بشكل تقريري مع البيان $P_{H_2} = f(t)$ في استعمال نفس كمية المغنتيوم السابقة على شكل برادة (مسحوق).

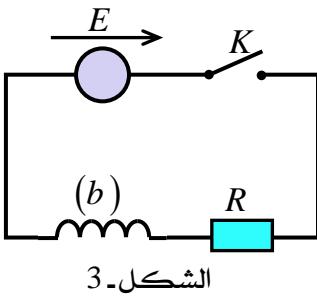
الخطوات:

- الثنائيتان الدائلتان في التفاعل هما: (H_3O^+/H_2) و (Mg^{2+}/Mg) .

- الكتلة المولية الذرية لمعدن المغنتيوم هي: $M(Mg) = 24\text{ g.mol}^{-1}$.

- ثابت الغازات المثالية: $R = 8,31\text{ SI}$





تحقق التركيب التجاري المبين في الشكل - 3 والذي يتكون من العناصر الكهربائية التالية:

- مولد توتر ثابت قوته الحركة الكهربائية $E = 12V$.
- وشيعة (b) ذاتيتها L و مقاومتها r .
- ناقل أومي مقاومته R .
- صمام ثنائي (D) .

قاطعة كهربائية K وأسلاك توصيل.
في اللحظة $t=0$ نغلق القاطعة K ، الدراسة التجريبية مكنت من الحصول على النتائج التجريبية المدونة في الجدول التالي:

$t \text{ (ms)}$	0	10	20	30	40	50	60	70	80
$i \text{ (mA)}$	0	63,4	86,4	95	98,2	99	100	100	100

- 1- بين على مخطط الدارة الكهربائية جهة مرور التيار الكهربائي ثم مثل بأسم كل من التوترين (u_R) بين طرفي الناقل الأومي و (u_b) بين طرفي الوشيعة.
- 2- بتطبيق قانون جمع التوترات، جد المعادلة التفاضلية لتطور شدة التيار الكهربائي $(t) i$.
- 3- حل المعادلة التفاضلية يكتب على الشكل: $i(t) = I \left(1 - e^{-\frac{1}{\tau} t} \right)$ ، حيث يطلب تحديد العبارة الحرفية لكل من I شدة التيار الكهربائي في النظام الدائم و τ ثابت الزمن بدالة مميزات عناصر الدارة.
- 4- باختيار سلم رسم مناسب، أرسم المنحنى البياني $i = f(t)$.
- 5- اعتماداً على المنحنى البياني استنتاج قيمة كل من شدة التيار الأعظمي I و ثابت الزمن τ .
- 6- بين أن قيمة ذاتية الوشيعة $L = 1,2H$.
- 7- أ- اكتب العبارة الزمنية لكل من التوترين $(t) u_R$ و $(t) u_b$.
ب- علما أنه في النظام الدائم: $\frac{u_R(\infty)}{u_b(\infty)} = 5$ ، جد قيمة المقاومة الداخلية r للوشيعة ثم استنتاج قيمة المقاومة R للناقل الأومي.
- 8-تحقق ثلاثة تجارب ونغير في كل مرة من قيمتي المقاومة R للناقل الأومي والذاتية L للوشيعة ونحافظ على نفس القيمة الثابتة للمقاومة الداخلية r للوشيعة:

التجارب	التجربة 1	التجربة 2	التجربة 3
$R (\Omega)$	$R_1 = R$	$R_2 = 1,8R$	$R_3 = 1,8R$
$L (H)$	$L_1 = 2L$	$L_2 = 3L$	$L_3 = L$
$E (V)$	12	12	12
$I (mA)$			
$\tau (ms)$			

- أ- أكمل الجدول.
- ب- في معلم واحد، أرسم بشكل تقريري منحنيات شدة التيار الكهربائي i بدالة الزمن t للتجارب الثلاث.

حل التمرين رقم: 01

01. تصنیف التحولات النووية إلى انشطارية و إندماجية وتفککیة، مع تحديد قيمة كل مجهول:
التحول النووي رقم (1): إندماج نووي.

$. {}_2^3He + {}_2^3He \rightarrow {}_2^4He + 2 {}_1^1H$ إذن نكتب: $\begin{cases} A = 1 \\ Z = 1 \end{cases}$ أي: $\begin{cases} 3 + 3 = 4 + 2A \\ 2 + 2 = 2 + 2Z \end{cases}$ بتطبيق قانوني صودي نجد: التحول النووي رقم (2): تفکک نووي.

$. {}_0^1e + {}_{+1}^0X \rightarrow {}_1^0e$ أي الجسيمة X هي بوزيترون $. {}_{19}^{40}K \rightarrow {}_{18}^{40}Ar + \beta^+$ إذن نكتب: التحول النووي رقم (3): إنشطار نووي.

$\begin{cases} x = 2 \\ Z = 54 \end{cases}$ أي: $\begin{cases} 1 + 235 = 94 + 140 + x \\ 0 + 92 = 38 + Z + 0 \end{cases}$ بتطبيق قانوني صودي نجد: إذن نكتب: $. {}_0^1n + {}_{92}^{235}U \rightarrow {}_{38}^{94}Sr + {}_{54}^{140}Xe + 2 {}_0^1n$

02. دراسة التفاعل النووي رقم (1)

1. تمثل كل من:

$E_3 = (am({}_1^1P) + bm({}_0^1n)) \times 931,5$: طاقة كتلة النوبات المتفرقة والساكنة أي: $\Delta E_1 = E_l({}_2^3He) + E_l({}_2^3He) = 2E_l({}_2^3He)$ أي: ΔE_1 : مجموع طاقة الربط لنواة الهيليوم 3 $\Delta E_2 = -E_l({}_2^4He)$ أي: ΔE_2 : عكس طاقة الربط لنواة الهيليوم 4
2. قيمة كل من a و b :

بـ تطبيق قانوني صودي نجد: $a = 2 + 2 = 4$ ، ونجد كذلك: $b = (3 - 2) + (3 - 2) = 2$

استنتاج قيمة E_3 : لدينا: $E_3 = (am({}_1^1P) + bm({}_0^1n)) \times 931,5$

تـ عـ: $E_3 = (4 \times 1,0073 + 2 \times 1,0087) \times 931,5 = 5632,4079 MeV$
بـ قيمة كل من ΔE_1 و ΔE_2 :

$$\Delta E_1 = E_3 - E_2 = 5632,2587 - 5616,7587 = 15,64 MeV$$

$$\Delta E_2 = E_1 - E_3 = 5603,9972 - 5632,4079 = -28,42 MeV$$

جـ. قيميـ طـاقـة الـرـبـط لـنـوـاـةـ الـهـيلـيـومـ ${}_{2}^3He$ وـنـوـاـةـ الـهـيلـيـومـ ${}_{2}^4He$:

لـ دـيـنـاـ: $E_l({}_2^3He) = \frac{\Delta E_1}{2} = \frac{15,64}{2} = 7,82 MeV$ إذن: $\Delta E_1 = 2E_l({}_2^3He)$

لـ دـيـنـاـ: $E_l({}_2^4He) = -\Delta E_2 = -(-28,42) = 28,42 MeV$ إذن: $\Delta E_2 = -E_l({}_2^4He)$
تحـديـدـ أيـنـوـاتـيـنـ أـكـثـرـ اـسـتـقـارـ مـعـ التـعـلـيلـ:

لـ دـيـنـاـ: $E_l({}_2^4He) = \frac{28,42}{4} = 7,11 \frac{MeV}{nucl}$ ولـ دـيـنـاـ كذلك: $E_l({}_2^3He) = \frac{7,82}{3} = 2,61 \frac{MeV}{nucl}$

نـلـاحـظـ أنـ: $\frac{E_l({}_2^4He)}{A} > \frac{E_l({}_2^3He)}{A}$

إذن: نواة الهيليوم 4 (${}_{2}^4He$) هي أكثر استقرار.



3 حساب قيمة الطاقة المحررة عن التفاعل (1) :

$$E_{lib} = |\Delta E| = |E_1 - E_2| = |5603,9972 - 5616,7587| = 12,76 \text{ MeV}$$

. دراسة التفاعل النووي رقم (2) :

1. اعتماداً على قانون التناقص الإشعاعي نبين العبارة التالية: $\frac{N_{Ar}}{N_K} = e^{\lambda t} - 1$ ، حيث λ هو ثابت النشاط الإشعاعي لنواة

البوتاسيوم $^{40}_{19}K$

لدينا عبارة قانون التناقص الإشعاعي: $N = N_0 e^{-\lambda t}$ ، حيث N_0 عدد الأنوية المشعة الابتدائية.

وعلاقته عدد الأنوية المتفككة: $N_d = N_0 - N$ ، وحسب المعادلة رقم (2) نجد:

$$N_0(K) = \frac{N_K}{e^{-\lambda t}} = N_K e^{\lambda t} \quad \text{ومنه: } N_K = N_0(K) e^{-\lambda t}$$

أي: $\frac{N_{Ar}}{N_K} = e^{\lambda t} - 1$ وعليه: $N_{Ar} = N_K (e^{\lambda t} - 1)$ إذن: $N_{Ar} = N_K e^{\lambda t} - N_K$ وهو المطلوب.

2. قيمة t' عمر العينة الصخرية المدروسة مقدرة بالسنوات: لدينا: لدينا $\frac{N_{Ar}}{N_K} = e^{\lambda t'} - 1$ ومنه:

$$\frac{1}{\lambda} = \frac{t_{1/2}}{\ln(2)} \quad \text{حيث } t' = \frac{1}{\lambda} \times \ln\left(\frac{N_{Ar}}{N_K} + 1\right) \quad \text{أي: } \lambda t' = \ln\left(\frac{N_{Ar}}{N_K} + 1\right)$$

$$\cdot t' = \frac{1,3 \times 10^9}{0,963} \times \ln\left(\frac{4 \times 10^{19}}{2 \times 10^{19}} + 1\right) = 1,48 \times 10^9 \text{ ans} \quad \text{ـ تـ عـ: } t' = \frac{t_{1/2}}{\ln(2)} \times \ln\left(\frac{N_{Ar}}{N_K} + 1\right)$$

. دراسة التفاعل رقم (3) :

1. حساب بوحدة الميغا الكترون فولط قيمة الطاقة المحررة E_{lib} عن نواة واحدة من اليورانيوم $^{235}_{92}U$

$$E_{lib} = \left(m\left(^1_0n\right) + m\left(^{235}_{92}U\right) - m\left(^{94}_{38}Sr\right) - m\left(^{140}_{54}Xe\right) - 2m\left(^1_0n\right) \right) \times 931,5$$

$$E_{lib} = \left(m\left(^{235}_{92}U\right) - m\left(^{94}_{38}Sr\right) - m\left(^{140}_{54}Xe\right) - m\left(^1_0n\right) \right) \times 931,5$$

$$E_{lib} = (234,9933 - 93,8945 - 139,8919 - 1,0087) \times 931,5 = 184,6 \text{ MeV} \quad \text{ـ تـ عـ:}$$

2. استنتاج قيمة الطاقة المحررة E عن كتلة قدرها $m' = 2g$ من نوى اليورانيوم $^{235}_{92}U$:

$$E' = \frac{m' N_A}{M} \times E_{lib} \quad \text{أي: } N' = \frac{m' N_A}{M} \quad \text{ـ تـ عـ: } E' = N E_{lib}$$

$$E' = \frac{2 \times 6,023 \times 10^{23}}{235} \times 184,6 = 9,46 \times 10^{23} \text{ MeV}$$

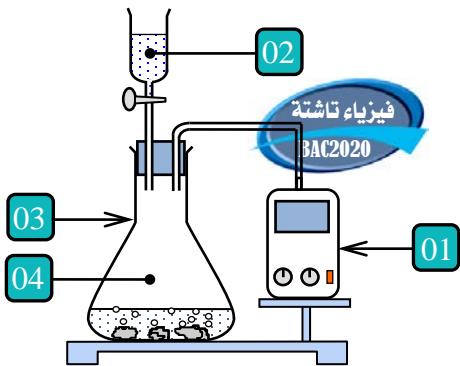
3. حساب قيمة الكتلة m لليورانيوم 235 المستهلك في مفاعل الغواصة خلال 10 أيام دون انقطاع:

$$m = \frac{E M}{N_A E_{lib}} \quad E = \frac{m N_A}{M} \times E_{lib} \quad \text{أي: } N = \frac{m N_A}{M} \quad \text{حيث: } E = N E_{lib}$$

$$E = \frac{P \times \Delta t}{\rho} \quad \rho = \frac{P \times \Delta t}{E} \quad \text{ـ تـ عـ: } E_e = P \times \Delta t \quad \rho = \frac{E_e}{E}$$

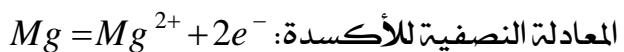
$$m = \frac{P \times \Delta t \times M}{\rho \times N_A \times E_{lib}} = \frac{25 \times 10^6 \times 10 \times 24 \times 3600 \times 235}{0,35 \times 6,023 \times 10^{23} \times 184,6 \times 1,6 \times 10^{-13}} = 815,2g$$

1. التعرف على العناصر المرقمة:



الرقم	اسم العنصر
01	جهاز قياس الضغط
02	محلول حمض كلور الماء
03	دورق مخروطي
04	غاز ثانوي الهيدروجين

2. معادلة التفاعل المتدرجة للتحول الكيميائي الحالى:



3. جدول تقدم التفاعل:

	$\text{Mg} + 2\text{H}_3\text{O}^+ = \text{Mg}^{2+} + \text{H}_2 + 2\text{H}_2\text{O}$				
0	n_{01}	n_{02}	0	0	بوفرة
x	$n_{01} - x$	$n_{02} - 2x$	x	x	بوفرة
x_{\max}	$n_{01} - x_{\max}$	$n_{02} - 2x_{\max}$	x_{\max}	x_{\max}	بوفرة

4. تبيّن أن تقدّم التفاعل x في اللحظة t يكتب بالشكل: $x(t) = \frac{V_{H_2}}{RT} P_{H_2}(t)$

من قانون الغازات المثالية لدينا: $P_{H_2}(t)V_{H_2} = n_{H_2}(t)RT$ ومنه: $P_{H_2}(t)V_{H_2} = n_{H_2}(t)RT$

ومن جدول تقدم التفاعل وفي اللحظة t لدينا: $n_{H_2}(t) = x(t)$ إذن: $x(t) = \frac{V_{H_2}}{RT} P_{H_2}(t)$

-. حساب قيمة التقدم الأعظم: x_{\max}

لدينا: $x_{\max} = \frac{V_{H_2}}{RT} P_f(H_2)$ وعند الحالة النهائية نجد: $x(t) = \frac{V_{H_2}}{RT} P_{H_2}(t)$

ومن البيان نقرأ: $P_f(H_2) = 124 \times 10^3 \text{ Pa}$ ولدينا كذلك: $V_{H_2} = 1,5 - 0,5 = 1L = 10^{-3} m^3$

ومنه: $x_{\max} = \frac{10^{-3}}{8,31 \times 298} \times 124 \times 10^3 = 5 \times 10^{-2} \text{ mol}$

5. قيمة التركيز المولى: C_0

المتفاصل المحد هو (H_3O^+) لأن: معدن المغنزيوم موجود باليادة في نهاية التفاعل.

أي: $C_0 = \frac{2 \times 5 \times 10^{-3}}{0,5} = 2 \times 10^{-1} \text{ mol.L}^{-1}$ إذن: $C_0 = \frac{2x_{\max}}{V_0}$ $C_0 V_0 - 2x_{\max} = 0$

-. قيمة الكتلة: m

من جدول تقدم التفاعل وفي الحالة النهائية لدينا: $n_f(\text{Mg}) = \frac{m_0}{M} - x_{\max}$

ومنه: $m = m_0 - M x_{\max}$ إذن: $\frac{m}{M} = \frac{m_0}{M} - x_{\max}$

ت.ع: $m = 13,2 - 24 \times 5 \times 10^{-2} = 12 \text{ g}$



$$6. \text{ تبيان أنه عند اللحظة } t = t_{1/2} : P_{H_2}(t_{1/2}) = \frac{P_f(H_2)}{2}$$

وفي اللحظة $t = t_{1/2}$ نجد: $x(t_{1/2}) = \frac{V_{H_2}}{RT} P_{H_2}(t_{1/2})$

$$\begin{cases} x(t) = \frac{V_{H_2}}{RT} P_{H_2}(t) \\ x_{\max} = \frac{V_{H_2}}{RT} P_f(H_2) \end{cases} \text{ لدينا:}$$

$$\frac{V_{H_2}}{RT} P_{H_2}(t_{1/2}) = \frac{V_{H_2}}{2RT} P_f(H_2) \text{ ومنه: } x(t_{1/2}) = \frac{x_{\max}}{2} = \frac{V_{H_2}}{2RT} P_f(H_2)$$

حيث: $P_{H_2}(t_{1/2}) = \frac{P_f(H_2)}{2}$ إذن:

- استنتاج قيمة زمن نصف التفاعل $t_{1/2}$: لدينا $P_{H_2}(t_{1/2}) = \frac{124}{2} = 62 \text{ K Pa}$ ومن البيان نقرأ:

$$7. \text{ تبيان أن عبارة السرعة الحجمية تكتب من الشكل: } v_{vol} = \frac{1}{V_0} \frac{V_{H_2}}{RT} \frac{dP_{H_2}}{dt}$$

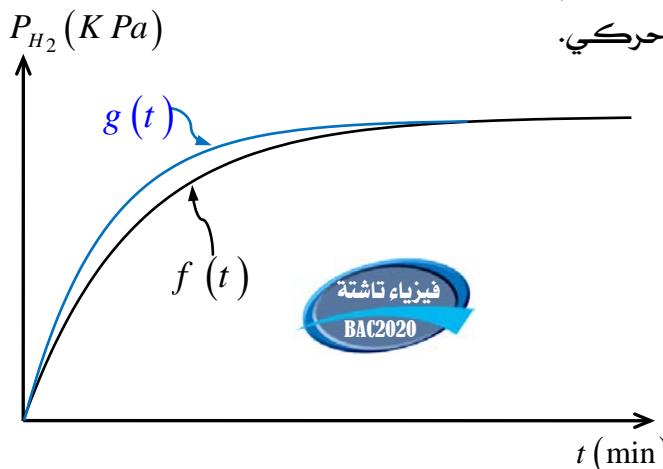
نعلم أن عبارة السرعة الحجمية للتفاعل هي: $v_{vol} = \frac{1}{V_0} \frac{dx}{dt}$

$$\cdot v_{vol} = \frac{1}{V_0} \frac{V_{H_2}}{RT} \frac{dP_{H_2}}{dt} \text{ إذن: } \frac{dx}{dt} = \frac{V_{H_2}}{RT} \frac{dP_{H_2}}{dt} \text{ وبالاشتقاق بالنسبة للزمن نجد: } x = \frac{V_{H_2}}{RT} P_{H_2}$$

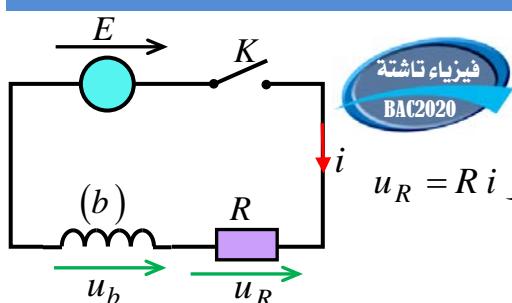
- حساب قيمتها الأعظمية أي في اللحظة $t = 0$:

$$v_{vol}(0) = \frac{1}{V_0} \frac{V_{H_2}}{RT} \frac{dP_{H_2}}{dt} \Big|_{t=0} = \frac{1}{0,5} \times \frac{10^{-3}}{8,31 \times 298} \times \left(\frac{93 \times 10^3 - 0}{11 - 0} \right) = 6,82 \times 10^{-3} \text{ mol.L}^{-1}.\text{min}^{-1}$$

8. رسم بشكل تقريري مع البيان $P_{H_2} = f(t)$ في استعمال نفس كمية المغذيوم السابقة على شكل برادة (مسحوق): كلما كان المغذيوم مسحوق أكثـر تكون سرعة التفاعل أكبر و بالتالي مدة التفاعل تصـبح أقل لأن سطح التلامس عامل حركـي.



حل التمرين رقم: 03



1. التمثيل على مخطط الدارة الكهربائية: انظر الشكل.

2. المعادلة التفاضلية لشدة التيار الكهربائي $i(t)$:

بتطبيق قانون جمع التوترات: $u_R = R i$ و $u_b = L \frac{di}{dt} + r i$ حيث: $E = u_b + u_R$ حيث: $E = u_b + u_R$

$$L \frac{di}{dt} + (R + r)i = E \text{ وعليه: } L \frac{di}{dt} + r i + R i = E$$

$$\frac{di(t)}{dt} + \frac{(R+r)}{L} i(t) = \frac{E}{L}$$

وبالقسمة على L نجد:

3. العبارة الحرفية لكل من I شدة التيار الكهربائي في النظام الدائم و τ ثابت الزمن:

$$\frac{di}{dt} = \frac{I}{\tau} e^{-\frac{t}{\tau}} \quad \text{وبالاشتقاق بالنسبة للزمن نجد: } i(t) = I \left(1 - e^{-\frac{1}{\tau} t} \right)$$

لدينا:

$$\frac{I}{\tau} e^{-\frac{t}{\tau}} + \frac{(R+r)}{L} I \left(1 - e^{-\frac{1}{\tau} t} \right) = \frac{E}{L}$$

بتعويض عبارة الحل و عبارة المشتقة في المعادلة التفاضلية نجد:

$$\left(\frac{1}{\tau} - \frac{R+r}{L} \right) I e^{-\frac{1}{\tau} t} + \frac{(R+r)}{L} I - \frac{E}{L} = 0 \quad \text{أي: } \frac{I}{\tau} e^{-\frac{t}{\tau}} + \frac{(R+r)}{L} I - \frac{(R+r)}{L} I e^{-\frac{1}{\tau} t} - \frac{E}{L} = 0$$

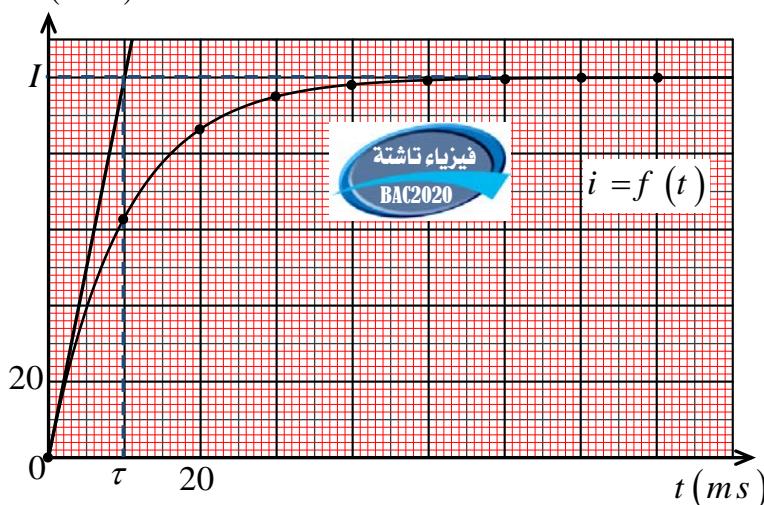
ومنه:

$$\begin{aligned} . \tau = \frac{L}{R+r} \quad & \text{إذن: } \frac{I}{\tau} e^{-\frac{t}{\tau}} \neq 0 \quad \text{حيث: } \frac{1}{\tau} - \frac{R+r}{L} = 0 \quad \text{ومن العلاقة (1) نجد:} \\ & \left\{ \begin{array}{l} \left(\frac{1}{\tau} - \frac{R+r}{L} \right) I e^{-\frac{1}{\tau} t} = 0 \dots\dots\dots (1) \\ \frac{(R+r)}{L} I - \frac{E}{L} = 0 \dots\dots\dots (2) \end{array} \right. \end{aligned}$$

$$. I = \frac{E}{R+r} \quad \text{إذن: } \frac{(R+r)}{L} I = \frac{E}{L}$$

ومن العلاقة (2) نجد:

4. رسم المنحنى البياني : $i = f(t)$



$$\begin{cases} 1\text{cm} \rightarrow 10\text{ms} \\ 1\text{cm} \rightarrow 20\text{V} \end{cases} \quad \text{سلم الرسم:}$$

5. استنتاج قيمة كل من:

- **شدة التيار الأعظمي I :** من المنحنى البياني نقرأ:

. **ثابت الزمن τ :** من المنحنى البياني نقرأ:

6. تبيان أن قيمة ذاتية الوسعة : $L = 1,2H$

الطريقة 01: لدينا: $I = \frac{E}{R+r}$ (1) $\tau = \frac{L}{R+r}$ (2) نجد: I بقسمة العلاقة (1) على (2) نجد:

$$. L = \frac{12 \times 10 \times 10^{-3}}{100 \times 10^{-3}} = 1,2H \quad \text{وع: } L = \frac{E \tau}{I}$$

ومنه:

الطريقة 02:

من المعادلة التفاضلية السابقة وعند اللحظة $t=0$ نجد: $i(0) = \frac{E}{L}$ حيث:

. $t = 0$ يمثل معامل توجيه الماس للمنحنى عند اللحظة 0 .
 حيـثـ: $L = \frac{E}{\left. \frac{di}{dt} \right|_{t=0}}$ إذن: $\left. \frac{di}{dt} \right|_{t=0} = \frac{E}{L}$ ومنه:

$$. L = \frac{E}{\left. \frac{di}{dt} \right|_{t=0}} = \frac{12}{\frac{60-0}{6-0}} = \frac{12}{10} = 1,2H$$



7- العبارة الزمنية ($u_R(t)$)

$$u_R(t) = R I \left(1 - e^{-\frac{1}{\tau} t} \right) = \frac{R E}{R + r} \left(1 - e^{-\frac{1}{\tau} t} \right) \text{ نعلم أن: } u_R(t) = R i(t) \text{ إذن:}$$

- العبارة الزمنية ($u_b(t)$)

$$u_b(t) = E - R I \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right) \text{ منه: } u_b(t) = E - u_R(t) \text{ من قانون جميع التوترات نجد:}$$

$$u_b(t) = R I + r I - R I + R I e^{-\frac{t}{\tau}} \text{ أي: } E = (R + r) I \text{ حيث: } u_b(t) = E - R I + R I e^{-\frac{t}{\tau}} \text{ إذن: } u_b(t) = R I e^{-\frac{t}{\tau}} + r I$$

$$\text{الطريقة 02: نعلم أن: } u_b(t) = L \frac{I}{\tau} e^{-\frac{t}{\tau}} + r I \left(1 - e^{-\frac{1}{\tau} t} \right) \text{ منه: } u_b(t) = L \frac{di(t)}{dt} + r i(t)$$

$$u_b(t) = (E - r I) e^{-\frac{t}{\tau}} + r I \text{ أي: } u_b(t) = E e^{-\frac{t}{\tau}} + r I - r I e^{-\frac{1}{\tau} t} \text{ وعليه:}$$

$$u_b(t) = R I e^{-\frac{t}{\tau}} + r I \text{ وبالتالي: } u_b(t) = (R I + r I - r I) e^{-\frac{t}{\tau}} + r I \text{ إذن:}$$

$$\text{بـ قيمة المقاومة } r: \text{ لدينا كذلك: } u_b(\infty) = \frac{r E}{R + r} \text{ وـ } u_R(\infty) = \frac{R E}{R + r}$$

$$. R = 5r \text{ إذن: } \frac{R}{r} = 5 \text{ أي: } \frac{u_R(\infty)}{u_b(\infty)} = \frac{\frac{R E}{R + r}}{\frac{r E}{R + r}} = \frac{R}{r} = 5 \text{ منه: } 5$$

الطريقة 01:

$$\text{من عبارة شدة التيار الأعظمي } I \text{ نجد: } I = \frac{E}{5r + r} = \frac{E}{6r} \text{ وـ عليه: } I = \frac{E}{6 \times 100 \times 10^{-3}} = 20\Omega$$

الطريقة 02:

$$\text{من عبارة ثابت الزمن نجد: } \tau = \frac{L}{6r} \text{ إذن: } \tau = \frac{L}{6 \times 10 \times 10^{-3}} = 20\Omega$$

- استنتاج قيمة R

$$. R = 5r = 5 \times 20 = 100\Omega$$





$$\text{التجربة (1)} \quad \begin{cases} I_1 = \frac{E}{R_1 + r} = \frac{E}{R + r} = \frac{12}{120} = 0,1A = 100mA \\ \tau_1 = \frac{L_1}{R_1 + r} = \frac{2L}{R + r} = \frac{2,4}{120} = 0,02s = 20ms \end{cases}$$

$$\text{التجربة (2)} \quad \begin{cases} I_2 = \frac{E}{R_2 + r} = \frac{E}{1,8R + r} = \frac{12}{200} = 0,06A = 60mA \\ \tau_2 = \frac{L_2}{R_2 + r} = \frac{3L}{1,8R + r} = \frac{3,6}{200} = 0,018s = 18ms \end{cases}$$

$$\text{التجربة (3)} \quad \begin{cases} I_3 = \frac{E}{R_3 + r} = \frac{E}{1,8R + r} = \frac{12}{200} = 0,06A = 60mA \\ \tau_3 = \frac{L_3}{R_3 + r} = \frac{L}{1,8R + r} = \frac{1,2}{200} = 0,006s = 6ms \end{cases}$$

التجارب	التجربة 1	التجربة 2	التجربة 3
$I (mA)$	100	60	60
$\tau (ms)$	20	18	6

ب- رسم بشكل تقريري منحنيات شدة التيار الكهربائي i بدلالة الزمن t للتجارب الثلاث:

